

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ (Measures of Central Tendency)

Page-1

M.A = 2nd Sem, Paper = 202
Ranjana Ku. Behara.

জিন্দা মেট্রে জিন্দিক, প্রকাশক, গবেষক তথা জিন্দা সর্জনকিত

যাক্রিয়া হ্রমণকি কিসাখীরা রাখে রাখে অনেকগুলি পরিসংখ্যান পরিমাপের মাধ্যমে
প্রয়োজনীয় তথ্য ~~সহ~~ বাস্তব পাওয়ার জন্য চেষ্টা করে থাকে। হ্রমণ
এক পরিমাপের মাধ্যমে অবশ্যকতা হচ্ছে কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ (Measures
of Central Tendency) যা জিন্দাগত পরিমাপের মধ্যে এক গুরুত্বপূর্ণ -
পূর্ণ স্থান অধিকার করেছে। কেন্দ্রীয় প্রবণতা হল হ্রমণ একটি যাব
যদি হ্রমণ ~~সহ~~ প্রকারের প্রতিনিধিত্ব করতে পারে। অর্থাৎ একটি হ্রমণ
একটি প্রতিনিধি স্থানীয় হ্রমণ, যা বিভিন্ন ক্ষেত্র বা অঞ্চলের প্রকৃত ~~উপস্থাপনা~~
বুঝিয়ে থাকে। বেশির ভাগ পরীক্ষা বা অধীক্ষায় আমরা দেখতে পাই,
প্রাপ্ত গণের স্থানের মধ্যে বেশির ভাগ ~~গণের~~ প্রাপ্ত গণের স্বাক্ষরাদির দিকে
বেশি থাকে, জিন্দাখীদে প্রাপ্ত গণের স্থান কেন্দ্রের দিকে বা স্বাক্ষরাদির
স্থানীয় মাওয়ার প্রতি প্রবণতা অনেক বেশি থাকে। প্রাপ্ত ক্ষেত্র সমূহের
পরিসংখ্যার মধ্যে কেন্দ্রীয় বা স্বাক্ষরাদির ক্ষেত্র স্থানের পরিমাপের অনেক
বেশি হয়। ~~এ~~ ক্ষেত্রগুলির এই স্বাক্ষরাদির দিকে মাওয়ার যে প্রবণতা, তাকেই বলা
হয় কেন্দ্রীয় কেন্দ্রীয় প্রবণতা (Central Tendency)। কোন পরীক্ষায় প্রাপ্ত
ক্ষেত্র স্থানের প্রতিনিধি হিসাবে যদি হ্রমণ একটি সংখ্যামাত্র নির্ণয় করা
মায় মার সাহায্যে প্রাপ্ত ক্ষেত্র স্থান সম্বন্ধে একটি ধারণা করা যেতে
পারে তাহলে এই সংখ্যামাত্রকেই ক্ষেত্র স্থানের প্রতিনিধি হিসাবে
গণ করা যায়। অর্থাৎ কোন পরীক্ষায় প্রাপ্ত ক্ষেত্র সমূহের বেশিরভাগ
একটি নির্দিষ্ট প্রতিনিধি স্থানীয় সংখ্যামাত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়,
কোন ক্ষেত্রগুলির এই নির্দিষ্ট একটি প্রতিনিধি স্থানীয় সংখ্যামাত্র নির্ণয়
করা কেই বলা হয় কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ (Measures of Central
Tendency)। জিন্দাগত ও ক্যাম্ব বলেণ "A measure of central
tendency is typical value around which other figures
congregate." ^{৩০০} কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপ হলো একটি প্রতিনিধিত্বকারী
হ্রমণ মার মারদিকে অন্যান্য মানগুলো একত্র জড়ো হয়।

সারসংক্ষেপ: ~~এ~~ প্রতিটি উপায় কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ

নির্ণয় করা হয়ে থাকে। যেমন -

- ① গাণিতিক গড় (Arithmetic Mean)
- ② মধ্যমসংখ্যা (Median)
- ③ দ্বৈশিক (Mode)

=: গাণিতিক গড় (Arithmetic Mean) := কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপের অন্য পদ্ধতিগুলির মধ্যে সবচেয়ে বেশি প্রচলিত পদ্ধতি হল গাণিতিক গড় বা মীমা (mean)। গড় বলতে প্রতিটি লেবেল বা ক্লাসের কেন্দ্রীয় বিন্দুর সাথে প্রতিটি ক্লাসের কেন্দ্রীয় বিন্দুর দূরত্বের যোগফলকে সেই ক্লাসের মোট বিন্দুর সংখ্যা দ্বারা ভাগ করার ফলাফল বোঝায়। উদাহরণ স্বরূপ বলতে গেলে, 6 জন ছাত্রের গণিতে রাখার নম্বরগুলি হল যথাক্রমে 80, 85, 70, 40, 30, 80, 60, এবং 40। এই বর্গগুলির হারাহারি মূল্য নির্ধারণ করার জন্য তাদের রাখা নম্বরগুলির সমষ্টিতে বাকি সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে গড় (Mean) অর্থাৎ মধ্যম সংখ্যা নির্ণয় করা যায়।

অবিন্যস্ত বা (Ungrouped) ডেটার মীমা বসড় নির্ণয় :=
(Calculation of mean from the Ungroup data)

যখন গাণিতিক তথ্য মূল্যে সুসংগঠিতভাবে তালিকাভুক্ত

সাহায্যে থাকে না বা বিচ্ছিন্নভাবে ছড়ালো-ছিটালো থাকে, তখন গড় নির্ণয় করতে হলে সমস্ত গাণিতিক বিন্দুগুলিকে একটি পর একটির যোগ করতে হবে এবং সেই যোগফলকে মোট বিন্দুর সংখ্যা দ্বারা ভাগ করতে হবে। অর্থাৎ অবিন্যস্ত (Ungrouped) বিন্দুর গড় (Mean) নির্ণয় করার গাণিতিক সূত্র হল —

$$\text{গড় বা Mean (M)} = \frac{\sum X}{N}$$

N = মোট ডেটার সংখ্যা

$\sum X$ = ডেটার মূল্যের যোগফলের অর্থ।

Σ (Sigma) = অর্থ (sum total)

উদাহরণ - একটি শ্রেণীতে সন্তানের পরীক্ষায় 10 ছাত্র ছাত্রী যথাক্রমে
 লক্ষ্যের পেয়েছে - 40, 52, 63, 70, 30, 44, 48, 52, 47, 54 । Mean বা
 গড় নির্ণয় কর।

গড় নির্ণয়ের সূত্র হল - $M = \frac{\sum X}{N}$

$\sum X = 40 + 52 + 63 + 70 + 30 + 44 + 48 + 52 + 47 + 54 = 500$

$N = 10$

অতএব $\frac{\sum X}{N} = \frac{500}{10} = 50$

অর্থাৎ স্কোর গুলির গড় বা Mean হল 50 ।

বিভিন্ন স্কেরের গড় নির্ণয় :-
(Calculation of mean from group data) :-

যখন অধিক সংখ্যক স্কের থাকে, তখন অবিভিন্ন পদ্ধতি অবলম্বন করে গড় নির্ণয় করা সহজ নয়, যদিও অসম্ভব নয়। কিন্তু জটিল ও সময় সাপেক্ষ বটে। তাই অবিভিন্ন স্কের গুলিকে বিভিন্ন (grouped) করে দীর্ঘ পদ্ধতি (Long Method), এবং সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি (Short Method) র মধ্যমে গড় (mean) নির্ণয় করা যায়।

দীর্ঘ পদ্ধতি (Long Method)

দীর্ঘ পদ্ধতি (Long Method) :- দীর্ঘ পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করার সময় প্রত্যেক শ্রেণির শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যবিন্দু (mid-point) সেই শ্রেণির শ্রেণী ব্যবধানের প্রতিনিধিত্ব মূল্য (Representative Value) ভাবে গ্রহণ করা হয়। নির্দিষ্ট শ্রেণী-ব্যবধানের নিম্ন ও উচ্চ সীমা মর্মে থাকা যে কোন স্কের বহুবার ব্যবহৃত হয়েছে তা সেই শ্রেণী-ব্যবধানের পারিসংখ্যা (Frequency) থেকে পাওয়া যায়। একটি শ্রেণী-ব্যবধানের থাকা স্কের গুলির সমষ্টি যোগ প্রক্রিয়াতে নির্ণয় করার পরিবর্তে, সেই শ্রেণী-ব্যবধানের প্রতিনিধিত্ব করা গড়কে সেই শ্রেণী-ব্যবধানের পারিসংখ্যা দ্বারা দ্বারা মূল করে স্কের গুলির মোট মূল্য নির্ণয় করা যায়। এই পদ্ধতিতে সিদ্ধান্তিত বহু ব্যবহার করা হয়।

$$M = \frac{\sum fx}{N}$$

এখানে,

M = গড় মূল্য (Mean Value)

\sum = অগ্রসি (Sum total)

f = আঙ্গিকার (Frequency)

x = প্রত্যেক শ্রেণী-ব্যবধারে মধ্যমিন্দ্র (Mid-point of each class)

N = মোট স্কোরের সংখ্যা (Total number of scores)

উদাহরণ-1 := নিম্ন স্কোর বন্টন থেকে দীর্ঘ পদ্ধতি ব্যবহার করে গড় (Mean) নির্ণয় কর।

Score	32	37	42	47	52	57	62	
Frequency	1	2	4	5	3	3	2	

সমাঙ্গিত :=

Score (x)	Frequency (f)	Score x Frequency (xf)
32	1	$32 \times 1 = 32$
37	2	$37 \times 2 = 74$
42	4	$42 \times 4 = 168$
47	5	$47 \times 5 = 235$
52	3	$52 \times 3 = 156$
57	3	$57 \times 3 = 171$
62	2	$62 \times 2 = 124$
$N = 20$		$\sum fx = 960$

$$M = \frac{\sum fx}{N} = \frac{960}{20} = 48$$

উদাহরণে উপরোক্ত আঙ্গিকার (Frequency) বন্টনের আঙ্গিকার প্রত্যেক স্কোরকে একটি করে শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যবিন্দ্র (Mid-point), যেমন - 32 এবং 37 স্কোর দুটি মধ্যক্রমে 30-34 এবং 35-39 শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্যবিন্দ্র। মধ্যবিন্দ্র নির্ণয় করার জন্য শ্রেণী-ব্যবধানের নিম্ন ও উচ্চ সীমারে স্কোর দুটিকে যোগ করে যোগফলকে 2 দ্বারা ভাগ করা যায়। এভাবে সময় চেয়া যায় একই স্কোর একাধিক

দ্রুত লেখা থাকে। তাই ছেদর অন্তর্গত পরিমিত্যের সাথে সাথে কত
 ছেদ ছেদ ছেদ ছেদ ছেদ ছেদ ছেদ ছেদ ছেদ ছেদ ছেদ ছেদ ছেদ ছেদ ছেদ ছেদ
 নির্ণয় করার সময় ছেদর মূলকে পরিমিত্যের সাথে গুন করা হয়।
 এই পরিমিত্যে দীর্ঘ পদ্ধতির পূর্ব ব্যবহার করে গড় বা Mean
 নির্ণয় করা হয়।

উদাহরণ-২ - নিম্ন লিখিত পরিসংখ্যান ছেদর বর্টলের ডালিকা
 ছেদে দীর্ঘ পদ্ধতিতে (Long Method) গড় (Mean) নির্ণয় কর।

Class Intervals Score	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59
Frequency	3	5	7	9	10	6	3	5	2

সমাধান -

Class Interval Score শ্রেণী ব্যবধান	Frequency (f) পরিমিত্য	Mid-Point M.P (X) মধ্যবিন্দু	Frequency x Mid-Point (fx) মধ্যবিন্দু x পরিমিত্যের ফলাফল
15-19	3	17	3 x 17 = 51
20-24	5	22	5 x 22 = 110
25-29	7	27	7 x 27 = 189
30-34	9	32	9 x 32 = 288
35-39	10	37	10 x 37 = 370
40-44	6	42	6 x 42 = 252
45-49	3	47	3 x 47 = 141
50-54	5	52	5 x 52 = 260
55-59	2	57	2 x 57 = 114

$N = 50$

$\Sigma fx = 1775$

সূত্র, $M = \frac{\Sigma fx}{N}$

$M =$ গড়, $f =$ পরিমিত্য

$\Sigma =$ সমষ্টি, $x =$ শ্রেণীর মধ্যবিন্দু

$N =$ মোট পরিমিত্যের সংখ্যা

অতএব - $M = \frac{\Sigma fx}{N} = \frac{1775}{50} = 35.5$

অর্থাৎ গড় Mean মূল = 35.5

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি (Short Method) =

গড় (Mean) দীর্ঘ পদ্ধতি দ্বারা নির্ণয় করলে, মাকে মাকে অনেক ত্রুটিবিশিষ্ট সমস্যা সৃষ্টি হতে হয়। তাই এখন - এই পদ্ধতি আনুগত্য পদ্ধতি থেকে আলাদা করা হয়েছে। তাই অনেক সময়ের জন্য হয়। এবার এই পদ্ধতিতে অনেক Mathematical Calculation (গাণিতিক গণনা) আবশ্যিক হয় বলে গড় (Mean) নির্ণয়ের পক্ষে এটি খারাপ সমস্যা থেকে যায়। এই সব ত্রুটিবিশিষ্ট মূল দূর করার জন্য সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি (Short Method) ব্যবহার করা হয়।

বিধি

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে মিল (Mean) বা গড় নির্ণয় করার নিয়ম :-

- ১) প্রতিটি শ্রেণিবদ্ধ শ্রেণির পাশে ও শ্রেণির ~~কি~~ আঙ্গিক (Frequency) উল্লেখ করতে হবে।
- ২) আঙ্গিকগুলির মোট যোগফল (N) নির্ণয় করতে হবে।
- ৩) যে শ্রেণি-কর্তৃকল্পে ~~ক~~ কল্পিত গড় ~~কি~~ আছে বলে মনে হয় সেই শ্রেণি বাছা বাছা ০ বসাতে হবে।
- ৪) যে শ্রেণিতে কল্পিত গড় আছে বলে মনে করি, সেই শ্রেণির ওপরের অর্থাৎ + বড়-এর দিকে +1, +2, +3, ---- এবং নিচের দিকে অর্থাৎ নিচে-এর দিকে -1, -2, -3, ---- বসানোর সিদ্ধান্ত হবে।
- ৫) এর পর প্রতিটি শ্রেণির শ্রেণির আঙ্গিক (f) সাথে ঐ শ্রেণির দ্বারা (অর্থাৎ +1, +2, +3 -- অথবা -1, -2, -3 -- ইত্যাদি) এর সাথে গুন করতে হবে; এবং এই গুনফলগুলির সমষ্টি বা যোগফল নির্ণয় করতে হবে।
- ৬) অবশেষে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতির সূত্র অনুযায়ী গড় (Mean) নির্ণয় করতে হবে।

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতির সূত্র := ~~কি~~

$$M = A.M. + \frac{\sum f'x'}{N} \times i$$

- M = গড় (mean value), i = শ্রেণি-কর্তৃকল্পের ~~কি~~ (size of the class interval)
- A.M. = কল্পিত গড় (Assumed Mean), N = মোট আঙ্গিকের যোগফল (Total Number of Frequency/score)
- Σ = সমষ্টি (Sum total)
- f = আঙ্গিক (Frequency)
- x' = ~~কি~~

विभिन्न विभिन्न आकार के कार्मिकों के आंकड़ों का केंद्र (Mean) निर्धारित करें।

Score	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64
Frequency (f)	3	5	8	10	6	5	3

समाधान :-

Score Class	Frequency (f)	Mid-point (x)	Deviation (d)	Frequency X Deviation (fd)
30-34	3	32	-3	3x(-3) = -9
35-39	5	37	-2	5x(-2) = -10
40-44	8	42	-1	8x(-1) = -8
45-49	10	47	0	10x0 = 0
50-54	6	52	+1	6x1 = 6
55-59	5	57	+2	5x2 = 10
60-64	3	62	+3	3x3 = 9
N = 40				$\sum fx' = -2$

$$M = AM + \frac{\sum fx'}{N} \times i$$

$$= 47 + \frac{-2}{40} \times 5$$

$$= 47 - \frac{10}{40}$$

$$= 47 - \frac{1}{4}$$

$$= 47 - 0.25$$

$$= 46.75$$

$$AM = 47$$

$$\sum fx' = -2$$

$$N = 40$$

$$i = 5$$

(Final answer) :-